УЧЕТ УПРУГОСТИ ПРИВОДНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ РАЗРАБОТКЕ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ РЕАБИЛИТАЦИОННЫХ УСТРОЙСТВ

Арутюнян М.Г., Закарян Н.Б. *(НПУА, Ереван, Армения)*
Tel.: +374 10 520-348; E-mail: mharut@seua.am, zakarian.narek@gmail.com

Введение. *Законы движения звеньев реабилитационных устройств могут существенно отличаться от заданных вследствие упругих деформаций их звеньев и приводных элементов. Для оценки этих факторов необходимо осуществлять учет упругих деформаций при составлении динамических моделей этих устройств.*
Ключевые слова: *реабилитационное устройство, динамическая модель, упругость приводных элементов.*

Динамическая модель реабилитационного устройства. Целью исследования является определение электрических напряжений, токов и мощностей приводов, которые обеспечивают необходимое движение системы, поскольку по рассчитанным значениям мощностей можно выбрать приводы, необходимые для реабилитационного устройства [2]. Предполагается, что управление движением осуществляется приводами постоянного тока. Поведение системы описывается известными уравнениями Лагранжа-Максвелла:

$$\sum_{j=1}^{2n} a_{ij}\ddot{q}_j + \sum_{j=1}^{2n}\sum_{k=j}^{2n} a_{ijk}\dot{q}_j\dot{q}_k - U_i\frac{dM_i}{dq_i}I_{qi}I_{ri} + c_i q_i = Q_i, \mathbf{i = 1, 2, \dots, 2n} \quad (1)$$

$$L_{ri}\dot{I}_{ri} + U_i\frac{dM_i}{dq_i}I_{qi}\dot{q}_i = Q_i, i = 2l-1; l = 1,2,\dots,n \quad (2)$$

где

$$Q_i = U_{ri} - I_{ri}R_{ri}\text{ц} \quad (3)$$

$$a_{ij} = \sum_{l=max(i,j)}^{2n} tr(B_l^j\, H B_l^{it}),\quad a_{ijk} = \sigma_{jk}\sum_{l=max(i,j,k)}^{2n} tr(B_l^{jk}\, H_l B_l^{it}),$$

$$\sigma_{ji} = \begin{cases}1, \text{если} j = k\\ 2, \text{если} j \neq k\end{cases};\quad \frac{dM_i}{dq_i} = 0, \quad \text{если} \quad i = 2l, l = 1,2,\dots,n$$

$$c_i = 0, \text{если}\ i = 2l-1;\ \ l = 1,2,\dots,n\ ,$$

c_i - коэффициент упругости приводных элементов, A_i - матрицы положения, B_i - произведения матриц положения, H_i - тензор инерции:

$$B_m = A_1A_2A_3\dots A_m\,,\ B_m^i = A_1A_2\dots\theta A_i\cdot A_{i+1}\dots A_m\,,$$

$$B_m^{jk} = A_1A_2\dots\theta A_k\dots A_m\,,\qquad H_m = \begin{pmatrix} I_{xx}^m & I_{xy}^m & I_{xz}^m S_x^m\\ I_{yx}^m & I_{yy}^m & I_{yz}^m S_y^m\\ I_{zx}^m & I_{zy}^m & I_{zz}^m S_z^m\\ S_x^m S_y^m & S_z^m & m^m \end{pmatrix},\qquad \theta = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 00\\ 1 & 0 & 00\\ 0 & 0 & 00\\ 0 & 0 & 0\ \ 0\end{pmatrix}$$

$$A_i = \begin{pmatrix}\cos q_i & -\sin q_i\cos\alpha_i & \sin q_i\sin\alpha_i & a_i\cos q_i\\ \sin q_i & \cos q_i\cos\alpha_i & -\sin q_i\sin\alpha_i & a_i\sin q_i\\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & S_i\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Предполагается, что даны все постоянные параметры электромеханической системы, приведенные к обобщенным координатам механической части силы [3]: $Q_i (i = 1,2, \dots, 2n)$ и вариации напряжений в электрических цепях: $U_{ri}(t)(i = 2l-1, l = 1,2, \dots, n)$, а также начальные значения обобщенных координат и скоростей: q_j^0, $\dot{q}_j^0 (j = 1,2, \dots, 2n)$, $I_{ri}^0 (l = 2l-1, l = 1,2, \dots, n)$ механической и электрической частей в момент времени $t = 0$.

Требуется определить вариации $q_j = q_j(t), \dot{q}_j = \dot{q}_j(t)(j = 1,2, \dots, 2n)$, $I_{ri} = I_{ri}(t)$ $(i = 2l-1, l = 1,2, \dots, n)$ по времени обобщенных координат и скоростей механической и электрической частей.

Сформулированная задача решается численным методом. Для этого введем $0, t_1 t_2, \dots, t_N = \tau$, $t_r = r\bar{E}\Delta t$; $\Delta t = \tau/N$, $(r = 0,1,2, \dots, N)$ равномерно распределенную сетку в промежутке времени $[0, \tau]$ движения системы. Далее предположим, что уже определены значения параметров для $t = t_{r+1}$ момента времени.

1. Для $t = t_r$ момента времени определяем значения обобщенных сил $Q_i^r (i = 1,2, \dots, 2n)$ и напряжений $U_{ri}^r (i = 2l-1, l = 1,2, \dots, n)$, подставляя которые вместе с определенными значениями координат и скоростей $q_j^r, \dot{q}_j^r (j = 1,2, \dots, 2n)$, $I_{ri}^r (i = 2l-1, l = 1,2, \dots, n)$ в выражения (2), определяем неизвестные величины в уравнениях (3) и (1), в результате, получаем систему линейных уравнений относительно обобщенных ускорений механических и электрических частей.
2. Решением системы уравнений (3) и (1) относительно $\ddot{q}_j (j = 1,2, \dots, 2n)$ и $\dot{I}_{ri} (i = 2l-1, l = 1,2, \dots, n)$ обобщенных ускорений, получаем их значения для момента времени $t = t_r$.
3. Считая, что в промежутке времени $[t_r, t_{r+1}]$, $\ddot{q}_j(t)(j = 1,2, \dots, 2n)$ и $\dot{I}_{ri}(t)(i = 2l-1, l = 1,2, \dots, n)$ обобщенные ускорения являются постоянными величинами и равны полученным величинам $\ddot{q}_j^r$ и $\dot{I}_{ri}^r$:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = \ddot{q}_j^r; \quad \frac{dI_{ri}}{dt} \dot{I}_{ri}^r \tag{4}$$

С помощью последовательного интегрирования уравнений (4), получим:

$$\dot{q}_j^{r+1} = \ddot{q}_j^r \Delta t + \dot{q}_j^r, \ (j = 1,2, \dots, 2n)$$

$$q_j^{r+1} = 0.5 \ddot{q}_j^r \Delta t^2 + \dot{q}_j^r \Delta t + q_j^r, \ (j = 1,2, \dots, 2n),$$

$$I_{ri}^{r+1} = \dot{I}_{ri}^r \Delta t + I_{ri}^r, (i = 2l-1, l = 1,2, \dots, n),$$

которые определяют значения обобщенных координат и скоростей механических и электрических частей в момент времени $t = t_{r+1}$.

Применяя этот алгоритм для $r = 0,1,2, \dots, N-1$ случаев, получим приближенные дискретные значения искомых параметров в узловых точках построенной сетки и, следовательно, решение обратной задачи динамики.

В области оптимального проектирования и управления медицинских роботов смешанная задача динамики электромеханических систем имеет более прикладное значение. Она формулируется следующим образом. Предположим, что даны все постоянные параметры, силы $Q_i(t)(i = 1,2, \dots, n)$, приведенные к обобщенным координатам, обобщенные координаты, скорости и ускорения, которые удовлетворяют следующим выражениям:

$$q_j(t) + q_{j+1}(t) = f_j(t), \tag{5}$$

$$\dot{q}_j(t) + \dot{q}_{j+1}(t) = \dot{f}_j(t), \tag{6}$$

$$\ddot{q}_j(t) + \ddot{q}_{j+1}(t) = \ddot{f}_j(t), \quad (i = 2l - 1, l = 1,2, \dots, n) \tag{7}$$

где $f_i(t)$, $\dot{f}_i(t)$ и $\ddot{f}_i(t)$ известные функции. Предположим, что в момент времени $t = 0$ даны исходные значения q_{j+1}^0, $\dot{q}_{j+1}^0$ обобщенных координат и скоростей.

Требуется определить законы изменения напряжений $U_{ri}(t)(i = 2l - 1, l = 1,2, \dots, n)$ так, чтобы они обеспечивали заданные заранее законы (5)-(7) обобщенных координат, скоростей и ускорений механической части.

Сформулированная выше задача решается численным методом. Для этого в промежутке времени $[0, \tau]$ движения системы введем равномерно распределенную сетку $0, t_1 t_2, \dots, t_N = \tau$, t_r=rĒΔt; $\Delta t = \tau / N, (r = 0,1,2, \dots, N)$.

Задача решается по следующему алгоритму:

1. Для каждого момента $t = t_r (r = 0,1,2, \dots, N)$ времени:

$$q_{j+1}^r = 0.5\ddot{q}_{j+1}^{r-1}\Delta t^2 + \dot{q}_{j+1}^{r-1} + q_{j+1}^r, \dot{q}_{j+1}^r = \ddot{q}_{j+1}^{r-1}\Delta t + \dot{q}_{j+1}^r, q_j^r = f_j(t_r) - q_{j+1}^r,$$

$$\dot{q}_j^r = \dot{f}_j(t_r) - \dot{q}_{j+1}^r, (i = 2l - 1, l = 1,2, \dots, n).$$

По этим выражениями определяем значения обобщенных координат q_j^r и скоростей $\dot{q}_j^r (j = 1,2, \dots, 2n)$ механической системы для момента времени $t = t_r$, где q_{j+1}^{r-1}, $\dot{q}_{j+1}^{r-1}$ и $\ddot{q}_{j+1}^{r-1}$ известные значения этих параметров в предыдущей фазе алгоритма.

2. Для момента времени $t = t_r (r = 0,1,2, \dots, N)$ определяем значения обобщенных сил $Q_i^r (1,2, \dots, 2n)$, подставляя которые вместе с уже определенными значениями обобщенных координат и скоростей q_j^r, $\dot{q}_j^r (j = 1,2, \dots, 2n)$ в выражения (2) определяем величины в уравнениях (3). В результате получаем систему линейных уравнений относительно обобщенных ускорений и скоростей $\ddot{q}_j^r (j = 1,2, \dots 2n), I_{ri} (i = 2l - 1, l = 1,2, \dots, n)$ механических и электрических частей.
3. Совместно решая полученную систему уравнений (3) с $\ddot{q}_j + \ddot{q}_{j+1} = \ddot{f}_j(t_r), (j = 2l - 1, l = 1,2, \dots, n)$ получаем искомые значения неизвестных параметров $\ddot{q}_j^r (j = 1,2, \dots 2n)$, $I_{ri}^r (i = 2l - 1, l = 1,2, \dots, n)$ для момента времени $t = t_r$.
4. Для моментов времени $0, t_1 t_2, \dots, t_N = \tau$:

$$\dot{I}_{ri}^r = \frac{I_{ri}^{r+1} I_{ri}^r}{\Delta t}, i = 2l - 1, l = 1,2, \dots, n, r = 0,1,2, \dots, N \tag{8}$$

Выражение (8) определяет производные значения сил токов в электрических цепях.

5. Для каждого момента времени $t_r (r = 0,1,2, \dots, N)$, подставляя все полученные значения параметров в уравнения (1) и решая их относительно напряжений $U_{ri} (i = 2l - 1, l = 1,2, \dots, n)$, получаем $U_1 ri^{\dagger} r \ (i = 2l - 1, l = 1,2, \dots, n, (r = 0,1,2, \dots, N)$ значения для выбранных моментов времени.

В качестве примера рассматривается система с четырьмя степенями свободы, образованная нижней конечностью и реабилитационным устройством [4].

Пример. Задача решена по описанному выше алгоритму, при следующих параметрах системы: массы и длины звеньев 2, 4, 7: $m_2 = 8$ кг, $m_4 = 4$ кг, $m_7 = 1$ кг, $l_2 = 0{,}4$ м, $l_4 = 0{,}4$ м, $l_7 = 0{,}2$ м. В соответствии с возможными движениями системы, выбраны следующие функции обобщенных координат:

$$q_1 = \frac{\pi}{9}\sin\left(\pi\frac{t}{\tau}\right),\quad q_2 = \frac{\pi}{2}\sin\left(\pi\frac{t}{\tau}\right) - \frac{\pi}{6},\quad q_4 = \frac{\pi}{3}\sin\left(\pi\frac{t}{\tau}\right),\quad q_7 = \frac{\pi}{3}\left(1 + \frac{1}{3}\sin\left(\pi\frac{t}{\tau}\right)\right)$$

для $t \in [0; 2{,}5]$.

В результате получены величины токов, напряжений и мощностей приводов, необходимых для реабилитационного устройства (рис.1, 2).

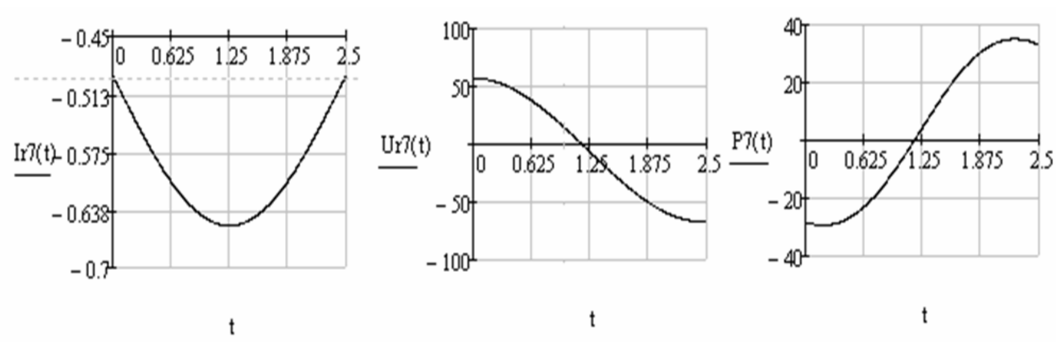

Рис. 1. Графики тока, напряжения и мощности привод, без учета упругости приводных элементов

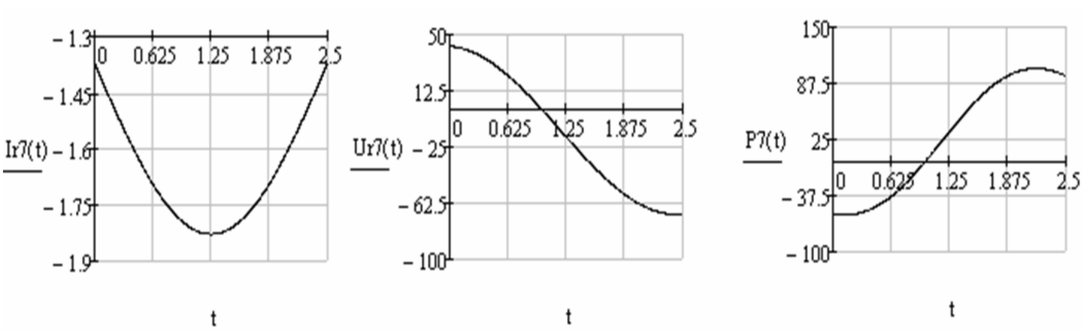

Рис. 2. Графики тока, напряжения и мощности привода, с учетом упругости приводных элементов

Выводы. Результаты динамического исследования робототехнической системы показали, что учет упругости приводных элементов существенно влияет на законы движения звеньев и при разработке реабилитационных устройств является важным фактором.

Список литературы: **1.** Бегун П.И., Шукейло Ю.А. Биомеханика: Учебник для вузов.- СПб.: Политехника. 2000.-463с. **2.** Harutyunyan M., Zakaryan N., Ghazaryan S., Sargsyan S. Walking aid // RA Patent, N 2721 A. Yerevan, 25.03.2013. **3.** Stepanyan K.G., Arzumanyan K.S., Melqonyan S.T. Dynamic analys of elektromechanical systems for medical devices, SEUA Bulletin collection of scientific papers, Yerevan 2010, pg. 74-78. **4**. Josre L. Pons. Wearable Robots: Biomechatronic Exoskeletons. CSIC, Madrid, Spain.2008, pg.47-76.